

## Matemática da Difração

Consideremos uma onda plana incidindo perpendicularmente em uma fenda de abertura "a" (ou um fio de diâmetro "a" uma vez que são complementares) cuja largura é da mesma ordem de grandeza da onda incidente. Consideremos o ponto central O. Os raios que saem da fenda paralelos ao eixo horizontal central em direção a O estão em fase no plano da fenda e chegam em fase no ponto O, interferindo construtivamente e produzindo um máximo de intensidade. Vamos considerar agora a primeira franja escura, localizada no ponto P. Os raios saem da fenda com um ângulo  $\theta$  em relação a horizontal e chegam a P. O raio 1 sai da parte superior da fenda e o raio 2 da parte central. Se a distância entre a fenda e o anteparo for significativamente maior que a abertura da fenda, então r1 e r2 podem ser considerados paralelos. Traçamos uma reta paralela que tem origem na parte superior da fenda e corta o raio 2 perpendicularmente formando um triângulo onde a base correspondente à diferença de fase ( $\lambda/2$ ), oposta a base temos  $\theta$ .

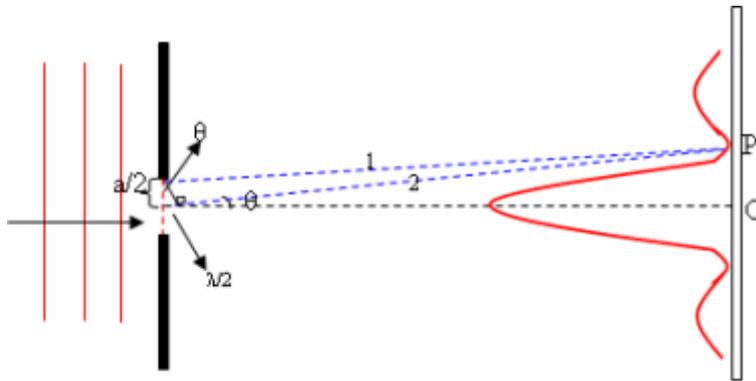


Fig.1: Padrão de Difração

Ampliando a figura podemos visualizar melhor, lembrando que estamos trabalhando com a metade da abertura ( $a/2$ ) temos o triângulo retângulo:

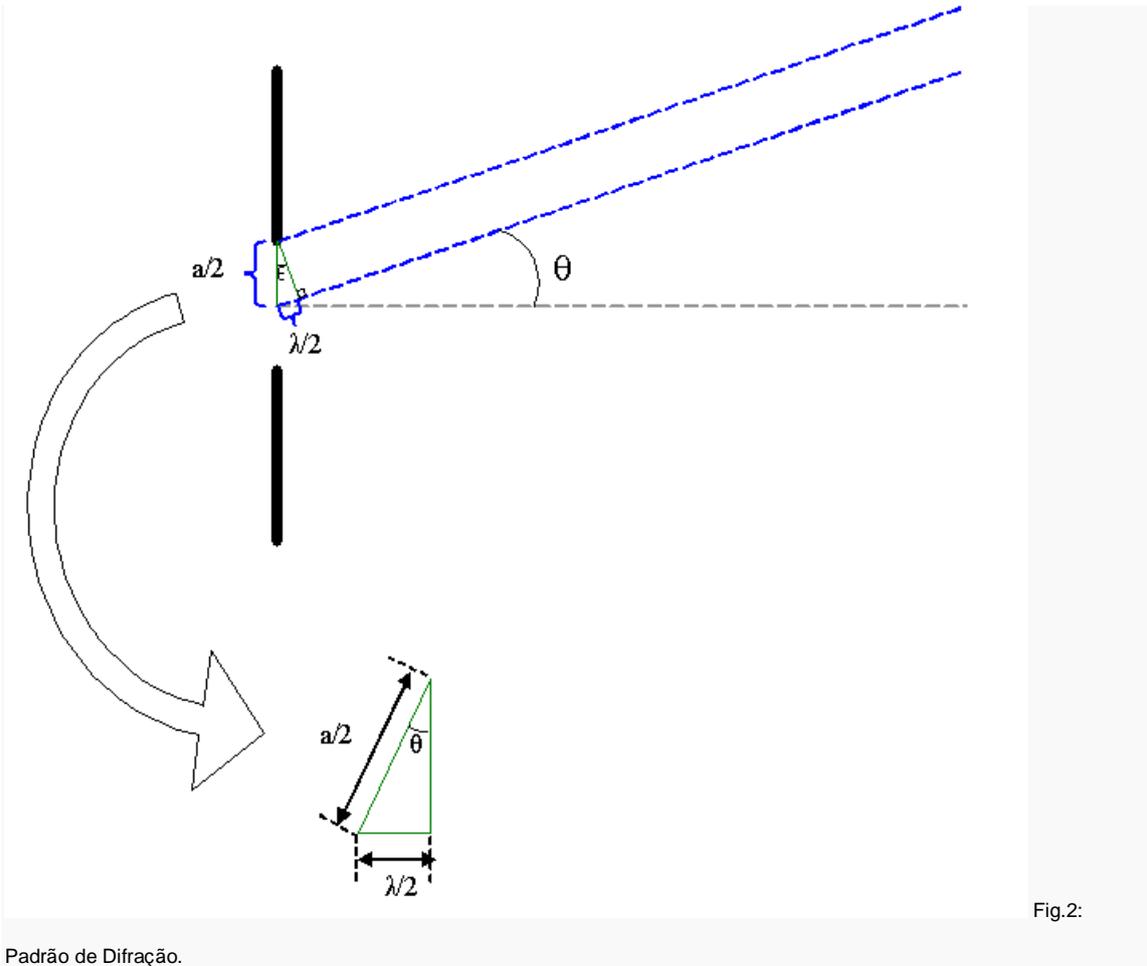


Fig.2:

Padrão de Difração.

Do triângulo retângulo da figura 2, temos:

$$\sin \theta = \frac{\frac{\lambda}{2}}{\frac{a}{2}}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \cdot \sin \theta = \lambda$$

Se dividirmos a largura da fenda em quatro partes ao invés da metade teremos a seguinte relação:

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{\frac{a}{4}}$$

$$\frac{a}{4} \cdot \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \cdot \sin \theta = 2 \cdot \lambda$$

Se dividirmos a largura da fenda em seis partes teremos a seguinte relação:

$$\sin \theta = \frac{\frac{\lambda}{2}}{\frac{a}{6}}$$

$$\frac{a}{6} \cdot \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \cdot \sin \theta = 3 \cdot \lambda$$

Note que há sempre um número inteiro multiplicando o comprimento de onda, esse número representa o mínimo em relação ao máximo principal (ponto mais brilhante). Representaremos o número inteiro por “m” e acrescentamos na relação. Temos então:  $a \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda$