

6. Princípio de Huygens. Reflexão e Refracção das ondas.

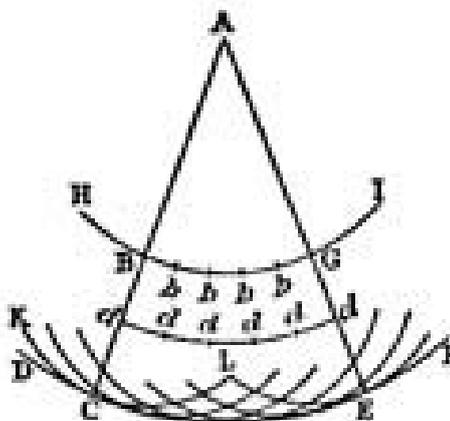
A questão que se coloca aqui é como é que a presença de obstáculos no espaço afecta a evolução de uma onda. Como podemos explicar, por exemplo, o padrão que produzem as ondas do mar ao contornar uma rocha?

Qualitativamente, a forma das ondas pode ser caracterizada como a forma geométrica da *frente da onda*. Frente da onda é o lugar geométrico de pontos no espaço em que a função de onda $\Phi(x,t)$ tem o mesmo valor. Para uma onda harmónica, isto equivale a dizer que a frente da onda é o lugar geométrico de pontos com a mesma fase (i.e., o argumento do *seno* ou *co-seno*). O seguinte exemplo explica o conceito da frente da onda. Imaginemos que atiramos uma pedra à superfície de um lago. As ondas assim provocadas terão claramente a forma circular. Os círculos que se vêem na água são, de facto, as linhas que juntam às cristas das ondas. Diz-se, neste caso, que a onda tem uma frente circular. As ondas circulares iniciam-se no centro dos círculos e propagam-se em direcções radiais. Os círculos expandem-se no tempo mantendo a forma inalterável (se não houver obstáculos). Essas linhas, ao longo das quais as ondas se propagam, chamam-se *raios da onda* (na óptica, por exemplo, fala-se habitualmente em raios de luz). Os raios da onda são perpendiculares às frentes da onda.

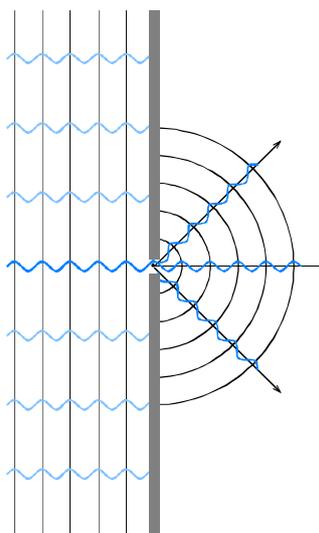
As ondas na superfície da água são ondas bi-dimensionais. No espaço de três dimensões, alguns exemplos de ondas com uma frente esférica são ondas de luz emitidas por uma lâmpada ou por uma estrela. As ondas de luz emitidas pelo Sol também têm simetria esférica. No entanto, devido à grande distância entre o Sol e a Terra, a curvatura da frente das ondas solares, quando estas chegam à Terra, é tão insignificante, que não se nota na grande maioria das experiências e observações à superfície da Terra (que têm, tipicamente, as dimensões da ordem de metros ou quilómetros, enquanto a distância da Terra ao Sol é de cerca de 150 milhões de quilómetros). Neste caso, as frentes da onda podem ser consideradas planas. A função da onda deixa de depender das três coordenadas espaciais (x, y, z), como para uma onda esférica, e torna-se uma função de uma só coordenada x medida ao longo do sentido de propagação (i.e., ao longo do raio da onda) e do tempo. São essas ondas que estivemos a estudar nas secções anteriores.

Através das observações sabemos que uma onda circular conserva a sua forma a menos que encontre um obstáculo. Pergunta-se, se soubermos a forma de uma onda num certo instante de tempo, como podemos antecipar a sua forma no instante seguinte? Este problema foi resolvido em 1678 por um cientista holandês Christiaan Huygens que concluiu que cada partícula do meio, através do qual evolui a onda, transmite o movimento a todas as partículas à sua volta. Deste modo, cada partícula que está neste momento t na frente da onda pode ser considerada como uma fonte de ondas esféricas. A sobreposição de ondas esféricas emitidas por todas as partículas (em número infinito, em princípio) resulta numa onda que vamos observar no instante seguinte $t + \Delta t$.

A figura ao lado, atribuída ao próprio Huygens, ilustra esta ideia conhecida na física como *princípio de Huygens*. A curva HI representa a frente de uma onda esférica (circular, se for num plano), com o centro no ponto A , num certo instante. Para construir a frente da onda no instante seguinte, dividimos HI em pontos (pontos b na parte BG na figura) e consideramos cada ponto como emissor de ondas esféricas. Por exemplo, o arco KL representa a frente da onda emitida a partir do ponto B . A sobreposição destas ondas todas resulta numa esfera de raio AC cuja parte está representada pela curva DF .

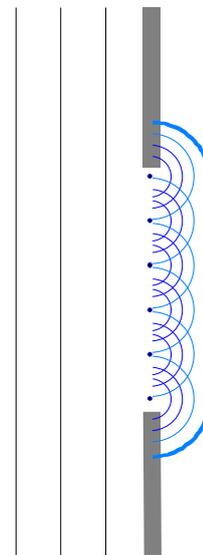


O princípio de Huygens permite prever o comportamento de uma onda quando esta encontra um obstáculo no seu caminho. A figura ao lado mostra a passagem de uma onda plana através de uma fenda estreita. De acordo com Huygens, a fenda pode ser considerada como uma fonte pontual de ondas secundárias, de modo que a onda atrás da fenda já não é plana, mas sim esférica. Para uma abertura mais larga, o que temos de fazer é dividi-la em pequenas partes e considerar cada uma como uma fonte pontual. A onda atrás do obstáculo resulta da sobreposição das ondas

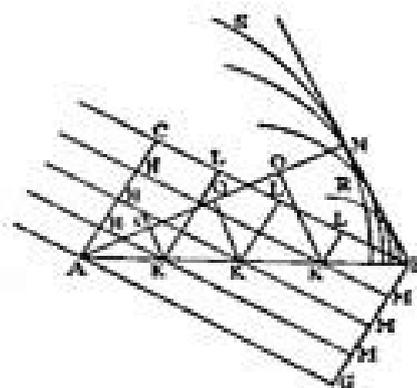


esféricas emitidas por todo o conjunto dessas fontes pontuais, como a figura a seguir mostra.

Huygens deduziu o seu princípio baseando-se apenas na construção geométrica, sem prova matemática rigorosa (e foi severamente criticado por isso). Nesta construção utilizou intuitivamente apenas uma parte da frente de cada onda – a parte que evolui para a frente (os semicírculos ou semiesferas). A prova matemática da validade do método veio mais tarde. Mostrou-se, em particular, que as partes das ondas emitidas para trás se anulam devido à sobreposição com a onda incidente (que continua a chegar, obviamente).

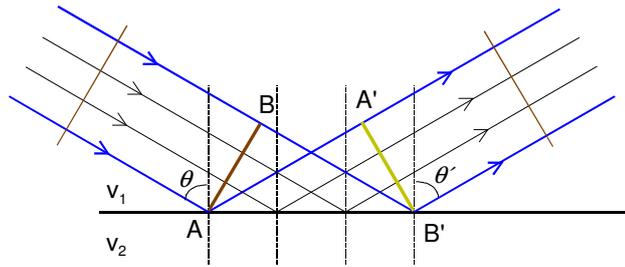


O princípio de Huygens também permite descrever os processos de reflexão e de refração das ondas numa superfície que separa dois meios. A figura representa uma onda plana com a frente AC (no instante t_0) a incidir na superfície AB (desenho de Huygens). As diferentes partes da onda incidente chegam à superfície nos instantes diferentes. O primeiro raio chega ao ponto A em $t = t_0$; o segundo chega ao ponto K em $t = t_0 + \Delta t$, etc. até $t = t_0 + 4\Delta t$, no desenho, em que a parte da frente, que no instante inicial estava no ponto C, chega ao ponto B. As linhas KL representam a evolução da frente da onda incidente em $t_0 + \Delta t$, $t_0 + 2\Delta t$ etc., enquanto que os arcos representam a posição das frentes das ondas esféricas emitidas nos pontos AKKKB no instante $t_0 + 4\Delta t$. A sobreposição destas ondas esféricas resulta numa onda plana. As linhas OK correspondem à evolução da frente da onda reflectida na mesma sequência de tempos. A frente da onda nos instantes intermédios $t_0 + \Delta t$, $t_0 + 2\Delta t$ e $t_0 + 3\Delta t$ são OKL.



Nos desenhos seguintes, considera-se uma onda plana incidente sobre uma superfície de separação de dois meios, nos quais as velocidades de propagação das ondas são diferentes. Suponhamos que a velocidade da onda no meio 1 (parte de cima nos desenhos) é igual a v_1 e no meio 2 (em baixo) é igual a v_2 . O primeiro desenho representa a reflexão da onda incidente sobre a interface entre os dois meios.

Interessa-nos a relação entre os ângulos de incidência θ e de reflexão θ' (por convenção, os ângulos medem-se em relação à normal à superfície). As linhas AB e $A'B'$ correspondem à



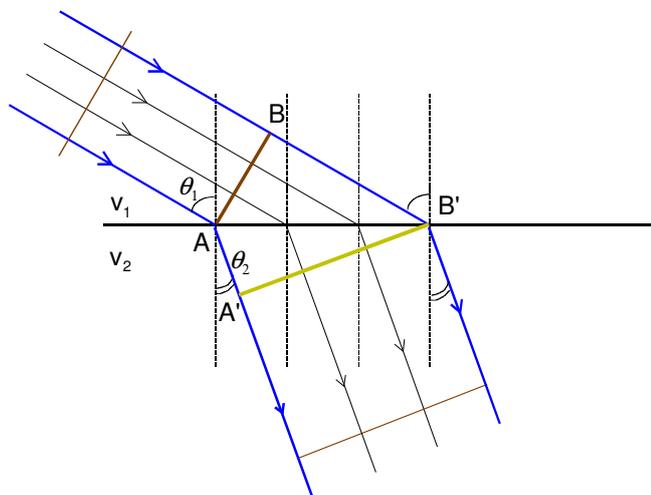
posição da frente da onda num instante $t = t_0$ e algum tempo mais tarde, digamos $t_0 + \Delta t$. Ao analisarmos os triângulos $\triangle ABB'$ e $\triangle AA'B'$ reparamos que *i)* ambos os triângulos são triângulos rectângulos (a frente da onda é sempre perpendicular aos raios), *ii)* têm a hipotenusa AB' comum, e *iii)* $AA' = BB'$ porque $AA' = v_1 \Delta t$ e $BB' = v_1 \Delta t$, também. Portanto, os triângulos têm as hipotenusas e um dos dois catetos iguais. Pelo teorema de Pitágoras concluímos que os outros catetos também são iguais, ou seja $\triangle ABB' = \triangle AA'B'$. Daqui se conclui

O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência: $\theta = \theta'$

$$\text{que } \angle A'AB' = \angle AB'B \Rightarrow \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} - \theta' \Rightarrow \theta = \theta'.$$

Repare, que o facto da onda evoluir sempre no mesmo meio, com a mesma velocidade, é essencial. A igualdade dos ângulos de incidência e de reflexão é uma consequência directa da igualdade das velocidades da onda antes e depois de ser reflectida. Caso contrário, as distâncias percorridas por diferentes partes da onda são diferentes e em consequência $AA' \neq BB'$. É precisamente isso que acontece na refração das ondas quando as velocidades nos dois meios não são iguais. A figura seguinte representa esta situação. Considerando os triângulos rectângulos $\triangle ABB'$ e $\triangle AA'B'$, concluímos que estes

não são congruentes porque $BB' = v_1 \Delta t$ mas $AA' = v_2 \Delta t$. Podemos exprimir AA' e BB' também através dos ângulos α e β e da hipotenusa AB' comum:
 $AA' = AB' \cdot \cos \beta$ e
 $BB' = AB' \cdot \cos \alpha$. Então, a razão $\frac{AA'}{BB'}$ é igual a $\frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$, mas por



outro lado é igual a $\frac{v_2}{v_1}$. Daqui se conclui que $\frac{\cos \beta}{\cos \alpha} = \frac{v_2}{v_1}$. Como $\beta = \frac{\pi}{2} - \theta_2$ e

$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta_1$, temos

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Esta é a lei da refração. O ângulo formado pelos raios da onda com a normal à superfície de separação dos dois meios é alterado quando a onda atravessa a superfície. A alteração é tanto maior quanto maior for a diferença entre as velocidades de propagação da onda nestes meios. No meio com uma velocidade menor, a onda aproxima-se da normal.

Os ângulos de refração e de incidência relacionam-se através das velocidades da onda nos dois meios :

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

As leis de reflexão e de refração acima derivadas aplicam-se às ondas de qualquer natureza, incluindo ondas de luz. As ondas de luz (como todas as ondas electromagnéticas) têm uma característica que as distingue das ondas de outro tipo, como bem sabemos: as ondas electromagnéticas não precisam de nenhum meio físico para se propagarem. A luz propaga-se mesmo no vácuo com uma velocidade finita¹, $c \approx 300\,000$ km/s. Nos meios, a velocidade da luz é menor. À razão da velocidade da luz no vácuo sobre a velocidade da luz num meio chama-se *índice de refração* do meio $n = \frac{c}{v}$. Aplicado à luz, a lei de refração é conhecido por *lei de Snell*

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \text{ ou, numa forma mais simétrica,}$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2.$$

Os índices de refração dos materiais existentes variam entre 1 e 3,5. Os gases têm n muito próximos de 1, que é o índice de refração para o vácuo. Por exemplo, para o ar em condições normais $n = 1,0003$; para o vidro, tipicamente, entre 1,5 e 1,9. Como a velocidade da onda num meio depende, em geral, do comprimento de onda

Definição do índice de refração: $n = \frac{c}{v}$

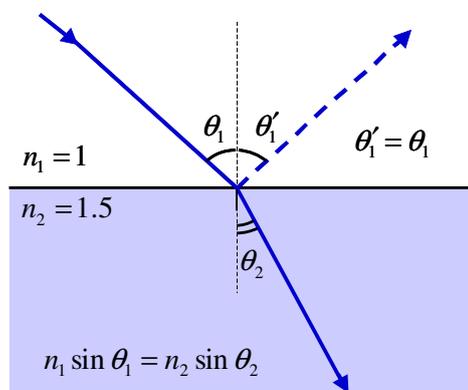
Lei de Snell
 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

¹ Curiosamente, já o Huygens no século XVII considerava que a luz se propagava com uma velocidade finita. Huygens introduziu a ideia sobre a natureza ondulatória da luz nos tempos quando dominava a teoria de Newton que considerava a luz como sendo um fluxo de partículas. Hoje sabemos que ambos tinham razão: todos os objectos da Natureza têm uma dupla identidade – são ondas-partículas.

(meios dispersivos – não esqueçamos!), o índice de refração da luz também tem esta dependência geral, aumentando para as ondas mais curtas. Isto resulta, por exemplo, na decomposição da luz branca em espectro de cores observada com um prisma de vidro.

Para nos lembrarmos mais facilmente da lei de Snell recomenda-se memorizar a imagem da trajetória de um raio de luz que entra do ar para o vidro: ao entrar no vidro o raio aproxima-se da normal.

Os processos de reflexão e de refração acompanham-se sempre um ao outro. Ao olhar para dentro de um armário com portas de vidro conseguimos ver os livros nas prateleiras, mas também vemos o reflexo da mobília à nossa volta. O brilho do reflexo depende do ângulo de incidência: o reflexo vê-se melhor para os ângulos rasantes. Em termos físicos é a questão da partilha da intensidade da luz incidente entre as duas componentes: componente reflectida e componente transmitida através da superfície (a intensidade da onda é proporcional à amplitude da onda ao quadrado). Se R for a fracção da intensidade da luz incidente que se reflecte, e T a fracção da intensidade da luz incidente que se transmite para dentro do material, $R + T = 1$. O mínimo de intensidade da luz reflectida atinge-se para a incidência normal (numa superfície ar-vidro, por exemplo, reflecte-se $\approx 4\%$ da luz incidente). Com o aumento do ângulo de incidência, a fracção da luz incidente, que se reflecte, aumenta e chega aos 100% quando a luz incide a 90° (luz rasante).



Há duas coisas importantes a lembrar na aplicação das leis de reflexão e de refração:

1. os ângulos medem-se relativamente à normal à superfície de separação dos meios;
2. as leis em causa são locais, i.e. se existirem várias superfícies no caminho da luz, as leis aplicam-se a cada superfície, uma a uma, tendo em conta os pares de índices de refração dos meios, que são separados por cada superfície, e os ângulos em relação à normal a esta superfície.

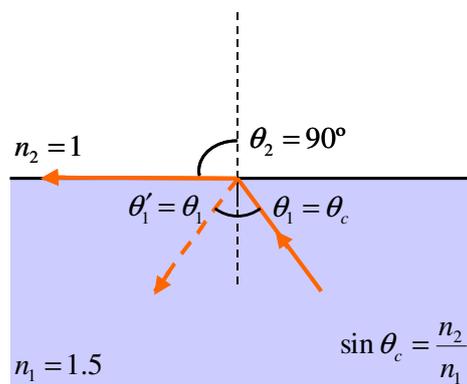
Mais uma observação: a trajectória da luz é reversível, i.e. se soubermos o caminho da luz num sentido, a luz mandada do ponto final no sentido contrário vai seguir ao longo dessa mesma linha.

Como já foi referido várias vezes, no meio com o índice de refração maior os raios de luz aproximam-se à normal mais que no meio com n menor. Isto é uma consequência óbvia da lei de Snell $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$: para $n_1 > n_2$, $\theta_1 < \theta_2$. Portanto, numa situação em que a luz se aproxima da superfície do lado do meio com o índice maior, o ângulo θ_2 pode chegar aos $\theta_2 = 90^\circ$ enquanto $\theta_1 < 90^\circ$ (ver a figura). Ao ângulo θ_1 , em que isto acontece, chama-se

ângulo crítico. Colocando $\theta_2 = 90^\circ$ na lei de Snell, chegamos à seguinte expressão para o ângulo crítico: $\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$, o que dá

$\sin \theta_c = \frac{1}{n_1}$. No caso concreto dos índices

da figura, que corresponde à passagem da luz do vidro para o ar, $\theta_c \approx 41,8^\circ$.



A figura mostra também o raio reflectido (a tracejado) que, como já foi dito, existe sempre.

O que vai acontecer se aumentarmos θ_1 ainda mais, para além do ângulo crítico? Obviamente, θ_2 não pode aumentar para além de 90° (por definição, o raio refractado é aquele que é formado quando a luz passa de um meio para o outro). Matematicamente, para $\theta_1 > \theta_c$ chegamos à seguinte contradição: como $\sin \theta_1 > \sin \theta_c$

e $\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$, temos de acordo com a lei de Snell

$$\sin \theta_2 = \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cdot \sin \theta_1 > \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cdot \sin \theta_c = \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \cdot \frac{n_1}{n_2} = 1$$

ou, seja, $\sin \theta_2 > 1$, o que não pode ser como é óbvio.

A interpretação física deste facto é que para os ângulos maiores que o ângulo crítico, o raio refractado não existe e só resta o raio reflectido. Como a reflexão é o único processo que existe nestas condições, toda a luz incidente é reflectida. Este fenómeno chama-se *reflexão total* (também, *reflexão interna*). A reflexão total tem

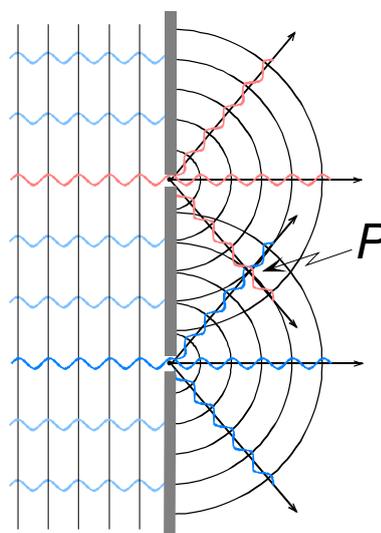
um papel muito importante para a tecnologia moderna. Assim funcionam algumas fibras ópticas. Um cabo de fibra óptica pode ter um comprimento de vários quilómetros mas o diâmetro de cada fibra é apenas da ordem de 0.1 mm. Está claro que a luz injectada de um lado da fibra sofre um número enorme de reflexões na superfície da fibra antes de chegar a outro lado da linha. Se assumirmos que em cada reflexão se perde-se 0.1% da luz, já depois de 10^4 reflexões (e pode haver muitíssimo mais) a intensidade do sinal luminoso constitui $0.999^{10000} \sim 10^{-5}$ do sinal inicial. A existência da reflexão total muda tudo. Na reflexão total reflecte-se mesmo toda a luz, exactamente 100%, porque a reflexão é o único processo possível na fronteira entre os dois meios quando o ângulo da incidência é maior que o ângulo crítico.



7. Interferência e Difracção

7.1 Interferência em duas e três dimensões

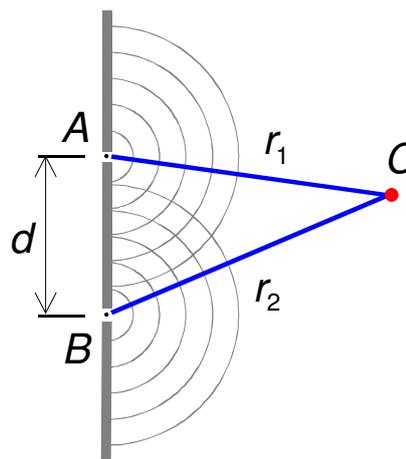
Já falámos sobre a interferência das ondas como resultado da sobreposição das ondas harmónicas planas. Tínhamos verificado que a soma de duas ondas harmónicas que se propagam no mesmo sentido não é igual à simples soma aritmética: com ondas, $1 + 1$ nem sempre será igual a 2. Dependendo da diferença entre as fases das ondas, o resultado pode variar entre 0 e 2. Quando se somam as ondas com fases iguais, ou que diferem por um valor múltiplo de 2π , a amplitude da onda resultante é o dobro da amplitude de cada onda (suponhamos aqui que as amplitudes das duas ondas a sobrepor-se são iguais). Mas se a diferença de fases for $\pi + 2\pi n$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) o resultado será catastrófico – as ondas aniquilam-se uma à outra. No primeiro caso



costuma-se dizer que temos interferência construtiva e, no segundo – interferência destrutiva (ver Secção 4.1 deste Capítulo).

A onda plana é uma onda unidimensional, descrita por uma função com dois argumentos $\Phi(x,t)$: uma coordenada espacial x e o tempo t . Interessa-nos agora a interferência das ondas em duas ou três dimensões: por exemplo, a interferência das duas ondas que se formam quando uma onda plana passa através de um diafragma com duas fendas estreitas, como se mostra na figura (suponhamos que o plano do diafragma é paralelo às frentes da onda incidente). O princípio de Huygens diz que as fendas podem ser consideradas como fontes pontuais das ondas secundárias, de modo que atrás do diafragma vamos ter duas ondas com frentes circulares. Estas duas fontes têm uma propriedade muito importante – oscilam com a mesma frequência e a mesma fase. Isto é porque ambas são induzidas pela mesma onda e, em qualquer instante de tempo, ambas as fontes estão na mesma frente da onda incidente.

De modo geral, o efeito de sobreposição das ondas num dado ponto do espaço é determinado pela diferença entre as fases das duas ondas com que estas chegam ao ponto, à semelhança da sobreposição das ondas planas. Por exemplo, é fácil verificar na figura acima que no ponto P, que pertence ao eixo de simetria entre as fendas, as duas ondas têm sempre as fases iguais e, portanto, as oscilações neste ponto efectuam-se com o dobro da amplitude em relação à amplitude que cada onda tem na sua origem (i.e. nos pontos A e B, respectivamente). Consideremos agora um ponto arbitrário C à direita do diafragma que fica à distância r_1 da uma das fendas e r_2 relativamente a outra (ver figura ao lado). As ondas emitidas a partir do ponto A propagam-se ao longo da linha AC e a função da onda pode ser escrita como $\Phi_1(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t)$ em que x é medido a partir do ponto A na direcção do ponto C. Aproveitamos aqui a simetria esférica da onda, que resulta em que basta apenas uma coordenada espacial – a coordenada radial – para caracterizar a onda em todo o espaço.



Para a onda emitida no ponto B, podemos escrever uma função semelhante $\Phi_2(x',t) = A \cdot \sin(kx' - \omega t)$, em que x' seria a coordenada medida ao longo da recta

BC a partir do ponto B. Nesta forma, a igualdade das fases das duas ondas nas suas origens está assegurada em qualquer instante de tempo. Realmente, como no ponto A $x = 0$ e no ponto B $x' = 0$, temos ambas as fases (i.e. os argumentos dos *senos*) iguais a $\varphi_1 = \varphi_2 = -\omega t$. É importante de sublinhar que as funções $\Phi_1(x, t)$ e $\Phi_2(x', t)$ descrevem as duas ondas em todo o espaço à direita das fendas e em qualquer instante de tempo. No ponto C, $x = r_1$ e $x' = r_2$ e, portanto, as oscilações neste ponto descrevem-se com uma função $\Phi_C(t) = \Phi_1(r_1, t) + \Phi_2(r_2, t)$:

$$\Phi_C(t) = A \cdot \sin(kr_1 - \omega t) + A \cdot \sin(kr_2 - \omega t)$$

Recordando a regra de somar os senos, temos

$$\Phi_C(t) = 2A \cdot \sin\left(k \frac{r_1 + r_2}{2} - \omega t\right) \cdot \cos\left(k \frac{r_1 - r_2}{2}\right).$$

À semelhança da sobreposição de duas ondas harmónicas planas, reparamos que o argumento do *co-seno* não depende do tempo e, portanto, existem pontos no espaço em que o *co-seno* é sempre igual a 1 e que, assim, oscilam de acordo com a equação

$\Phi_C(t) = 2A \cdot \sin\left(k \frac{r_1 + r_2}{2} - \omega t\right)$. Também existem pontos no espaço, para quais o *co-seno* é igual a 0 para qualquer t . Nestes pontos, não existem oscilações em nenhum instante de tempo: $\Phi_C(t) = 0 \forall t$. No primeiro caso, temos interferência construtiva.

Esta acontece quando $k \frac{r_1 - r_2}{2} = \pi n$ (com $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Substituindo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

temos para estes pontos $r_1 - r_2 = n\lambda$. A

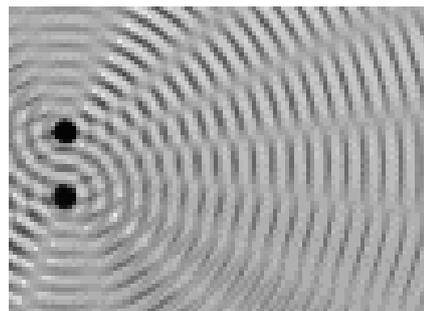
interferência destrutiva tem lugar em pontos para os

quais $k \frac{r_1 - r_2}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$ e, conseqüentemente,

$$r_1 - r_2 = \frac{\lambda}{2} + n\lambda.$$

A seguinte figura mostra o padrão de interferência em 2D (ondas na superfície de água) em que as bolas pretas são dois osciladores a oscilar com a mesma fase. Vêem-se na figura as linhas (linhas radiais cinzentas) ao longo das quais as duas ondas circulares se aniquilam uma à outra - zonas da interferência

<p>Interferência construtiva $r_1 - r_2 = n\lambda$ Interferência destrutiva $r_1 - r_2 = \frac{\lambda}{2} + n\lambda$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)</p>

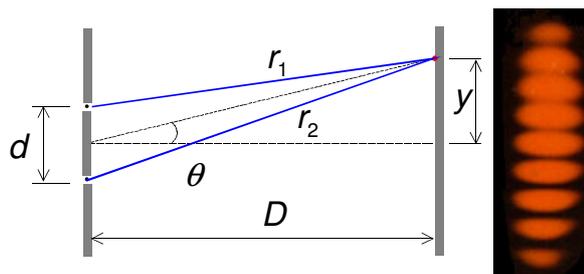


destrutiva. A água não oscila nestes pontos.

Um leitor atento deve ter reparado que ao somar as ondas assumimos silenciosamente que as amplitudes das ondas são constantes, não dependem da distância da fonte. Ora, isto é verdade para as ondas planas (ondas numa dimensão), mas para as ondas circulares ou esféricas, em duas ou três dimensões, não é assim. Primeiro, sabemos que as ondas na superfície de um lago induzidas por uma pedra diminuem em amplitude à medida que se afastam da sua origem. O mesmo deve acontecer com a amplitude da onda da luz (onda electromagnética) emitida pelo Sol. A razão para isto é a conservação da energia. A energia emitida da fonte por 1 segundo (potência) é finita. A mesma energia, que se emite pelo Sol, passa através da superfície de uma esfera imaginária à sua volta, seja ela de raio 58 milhões de quilómetros (distância do Sol ao Mercúrio) ou 150 milhões de quilómetros correspondentes ao raio da órbita da Terra. Como a área da superfície esférica aumenta com o raio como r^2 ($S_{esfera} = 4\pi r^2$), a energia transmitida pela onda de luz por unidade de área diminui como $1/r^2$. A energia da onda é proporcional ao quadrado da amplitude; daqui se conclui que a amplitude de uma onda esférica é inversamente proporcional à distância $A(r) \propto 1/r$. No entanto (voltando às fendas), quando se verifica que $r \gg d$ (onde r é a distância do ponto de observação ao diafragma e d é a distância entre as fendas), $r_1 \approx r_2$ e as amplitudes das duas ondas são muito próximas em qualquer ponto do espaço à direita do diafragma desde que este esteja longe das fendas.

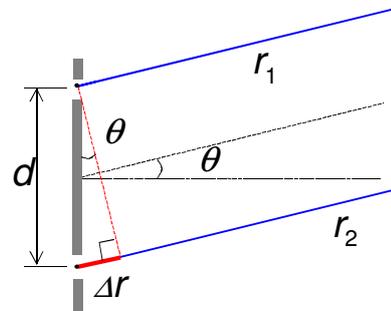
7.2 A experiência com fenda dupla

Agora já sabemos o suficiente para falarmos de uma experiência histórica, que também tem uma grande importância para a física moderna – uma experiência feita por um físico inglês, Thomas Young, em 1803, em que este mostrou claramente a natureza ondulatória da luz. A experiência do Young foi feita na época quando a ideia de luz, que dominava as mentes dos cientistas, era a teoria corpuscular de Newton que tratava a luz como um fluxo de



pequenas partículas. Thomas Young estava a observar a luz que passava através de um pequeno buraco numa cartolina, colocando um cartão, semelhante às cartas de jogar, em frente ao buraco ao longo do feixe de luz de forma a dividi-lo em dois. Com este equipamento muito simples Young mostrou a existência da interferência entre os dois raios de luz - o efeito típico das ondas. Em vez de observar num ecrã apenas duas manchas de luz separadas por uma zona escura no centro, como era natural esperar se a luz fosse um fluxo de pequenas partículas, observou uma imagem mais complexa – uma mancha clara no centro e ainda uma sequência de zonas claras e escuras que se estendiam para os dois lados. Posteriormente, a experiência foi melhorada e em vez do cartão passou utilizar-se um diafragma com duas fendas finas. Assim, a experiência de Young entrou na história da ciência como a experiência da fenda dupla.

O padrão da interferência num dado ponto, como já sabemos, é determinado pela diferença entre as distâncias percorridas pela luz emitida a partir de cada uma das fendas, i.e. $r_2 - r_1$. Considerando a geometria da experiência, verificamos que para as distâncias grandes, i.e. $D \gg d$, os dois raios de luz são praticamente



paralelos, então, $\Delta r = r_2 - r_1$ é um cateto do triângulo rectângulo cuja hipotenusa é igual a d e o ângulo contraposto é igual a θ . Deste triângulo temos $\Delta r = d \sin \theta$. Para que a interferência seja construtiva, tem que ser $\Delta r = n\lambda$. A interferência destrutiva observa-se quando $\Delta r = \frac{\lambda}{2} + n\lambda$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Daqui temos

$$\sin \theta_{\max} = n \frac{\lambda}{d},$$

onde θ_{\max} são os ângulos em quais se observam os máximos da intensidade da luz, e

$$\sin \theta_{\min} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d},$$

onde θ_{\min} são os ângulos nos quais se observam os mínimos.

A posição dos máximos e dos mínimos no ecrã (y_{\max} e y_{\min}) determina-se através dos ângulos

Posição dos máximos de luminosidade da imagem com fenda dupla

$$\sin \theta_{\max} = n \frac{\lambda}{d}$$

θ_{\max} e θ_{\min} : $y_{\max} = D \cdot \tan \theta_{\max}$ e $y_{\min} = D \cdot \tan \theta_{\min}$. Como $D \gg d$, os ângulos são pequenos de modo que $\tan \theta \approx \sin \theta$ (porque $\cos \theta \approx 1$) e, então

$$y_{\max} \approx n \frac{\lambda}{d} D$$

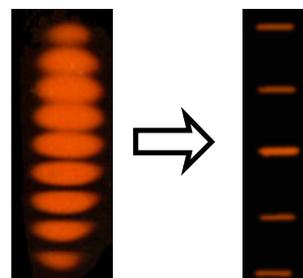
$$y_{\min} \approx \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d} D \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Observamos que a distância entre os máximos é tanto maior quanto menor for a distância entre as fendas d .

A imagem obtida com uma fenda dupla mostra manchas de luz bastante largas. Mas à medida que aumentamos o número de fendas, mantendo a distância constante entre si, os máximos ficam cada vez mais estreitos e as zonas escuras mais largas. Isto deve-se ao facto de a imagem observada resultar da interferência de tantas ondas quantas fendas tem o diafragma. Os máximos de luminosidade formam-se em pontos em que todas as ondas têm a mesma fase. Contrariamente, o cancelamento das ondas acontece em pares e existem, portanto, muitas combinações possíveis que resultam em cancelamento (de facto, tantas quantas fendas há). Por exemplo, a 1ª onda cancela-se com a 2ª, a 3ª com a 4ª, etc., ou a 1ª com a 3ª, a 2ª com a 4ª, etc., ou a 1ª com a 4ª, a 2ª com a 5ª, etc, etc. Os instrumentos deste tipo chamam-se *redes de difracção* e utilizam-se muito para a análise dos espectros de luz emitida por materiais. A equação para a posição dos máximos de luminosidade é a mesma que para a fenda dupla:

$y_{\max} = n \frac{\lambda}{d} D$. Como y_{\max} depende do comprimento de onda λ , ao medir o intervalo

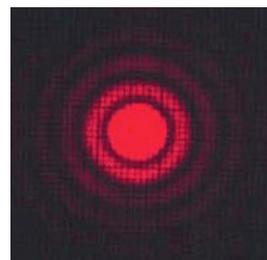
entre os máximos e sabendo a distância entre as fendas d e a distância entre a rede de difracção e o ecrã D , podemos determinar o comprimento de onda da luz incidente. É possível, deste modo, obter a informação precisa acerca da composição do material que emite a luz. A distância de separação entre os máximos é tanto maior quanto menor for a distância entre as fendas d e os máximos são mais nítidos quanto mais fendas tem a rede. As redes de difracção típicas têm entre 10 e 1000 fendas por milímetro.



7.3 Difraccção

Entende-se o termo de *difraccção* como um conjunto de fenómenos resultantes da propagação das ondas num meio em que existem não uniformidades bem pronunciadas, tais como orifícios ou fendas num ecrã, obstáculos, etc. Neste sentido, podemos dizer que a imagem observada com uma fenda dupla mostra a difraccção da luz. No entanto, não podemos esquecer que todos os fenómenos deste tipo são, no fundo, o resultado da sobreposição das ondas, sejam estas apenas duas, ou em maior número, mas finito, ou em número infinito, até.

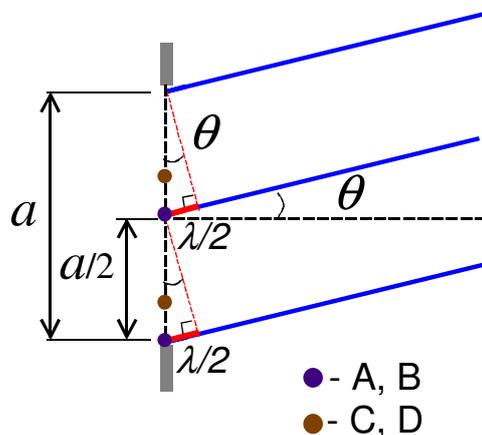
Ao falar-se sobre fenda dupla ou rede de difraccção subentende-se que podemos ignorar o tamanho finito das fendas e considerar, em consequência disso, que cada fenda funciona como uma fonte pontual das ondas secundárias. Existem, no entanto, situações em que esta não é uma boa



aproximação. Por exemplo, fazendo passar a luz por um orifício pequeno observa-se uma imagem complexa que não se consegue explicar considerando o orifício como uma fonte de ondas esféricas pontual (ver imagem ao lado). Para explicar este efeito, temos que tomar em conta a interferência das ondas emitidas por diferentes partes da abertura.

Consideremos uma abertura de largura a (uma fenda, para simplificar) e vamos procurar a equação para os mínimos de interferência aproveitando o facto de as ondas se cancelarem aos pares, como já verificámos quando falámos sobre redes de difraccção. Existe alguma semelhança entre as duas situações, mas há também diferenças. Em ambos os casos há muitas fontes da luz, mas se no caso de uma rede de difraccção as fontes são discretas e o seu número é, em princípio, finito, aqui temos um conjunto de fontes extensas e em número infinito, no limite.

Para começar, dividimos a abertura do diafragma em duas metades, como se mostra na figura. Se o ângulo θ for tal, que o cateto contraposto (em triângulos a vermelho) é igual a $\frac{\lambda}{2}$, então para qualquer ponto-emissor da primeira metade da fenda existe um outro ponto-emissor na segunda

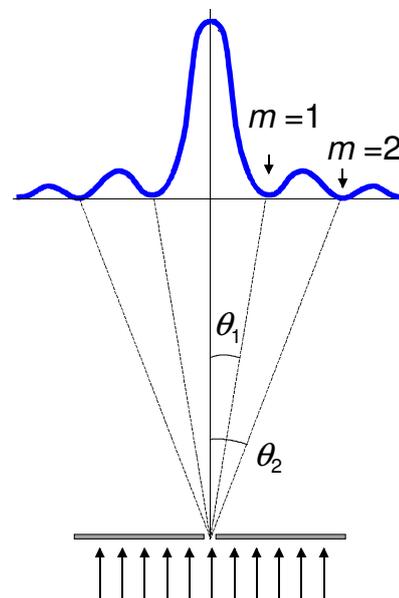


metade (a distância $\frac{a}{2}$ do primeiro) tal, que a diferença entre os caminhos percorridos pelas duas ondas, quando essas chegarem ao ecrã, é igual a $\frac{\lambda}{2}$. Essas duas ondas cancelam-se, como é óbvio. Assim é, por exemplo, para os pares de pontos A e B, C e D, etc, na figura. O cateto e a hipotenusa de cada um dos triângulos em causa estão relacionados entre si como $\frac{a}{2} \sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{2}$, de modo que o ângulo correspondente ao primeiro mínimo é igual a $\sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{a}$. Os mínimos mais afastados do centro estão posicionados nos ângulos maiores, o que corresponde a uma distância menor entre as fontes cujas ondas se cancelam. Isto equivale, simplesmente, à divisão da fenda em partes mais pequenas, mas não esqueçamos que cada ponto tem que encontrar o seu par ou, seja, o número das partes tem que ser par – 2, 4, 6, 8, etc. A condição para observar o cancelamento das ondas é, então $\frac{a}{2m} \sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{2}$, onde $\frac{a}{2m}$ é o comprimento de uma parte da fenda e $m = \pm 1, \pm 2, \dots$. Assim, a equação para a posição dos mínimos de difracção em relação ao máximo central é

$$\sin \theta_{\min} = m \frac{\lambda}{a} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \dots).$$

O que nos chama a atenção nesta fórmula é o facto de a dimensão da abertura a estar no denominador. Parece um contra senso – ao diminuir a abertura do buraco a dimensão da imagem deste na parede aumenta... Então, será que alguém já alguma vez viu a imagem da janela na parede da cozinha a aumentar quando se fecham as persianas?! Claro que não e já vamos explicar porquê.

A descrição analítica das imagens de difracção obtidas com objectos diferentes é muito complicada. Por isso, os padrões de difracção obtêm-se muitas vezes por construções geométricas, que se baseiam no princípio de Huygens. Rigorosamente dito,



Largura do máximo central da difracção

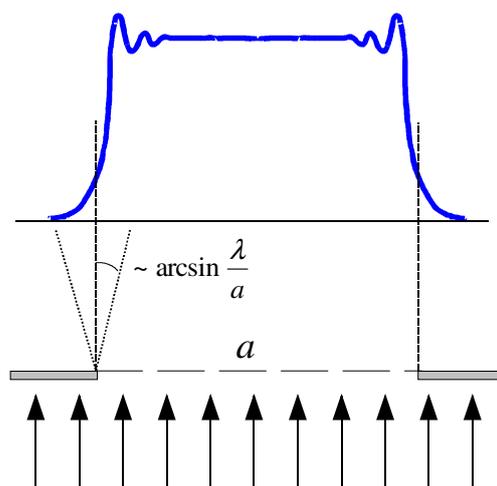
$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

a fórmula obtida para θ_{\min} é válida só para as aberturas não muito grandes. Mesmo assim, ela permite-nos ter uma ideia simples, mas correcta sobre a física em causa. Como se vê nas imagens, a intensidade do máximo central é muito superior à intensidade dos que o acompanham. É este pico que se vê normalmente em condições habituais quando não se tomam medidas especiais. O ângulo θ_1 , que é θ_{\min} para $m = 1$, caracteriza a largura deste pico ou, seja, a largura da imagem.

Consideremos as três seguintes situações.

1) $a \gg \lambda$ (a abertura é grande relativamente o comprimento de onda da onda incidente). Neste caso, $\sin \theta_1 \ll 1$ ou, seja, o ângulo é muito pequeno. Isto significa que os raios de luz (ou de outra onda qualquer) praticamente não se desviam do seu caminho inicial e a imagem, que produz a abertura no ecrã, é simplesmente a projecção geométrica da abertura. É isso

que observamos normalmente em casa: uma janela com persianas abertas produz na parede uma imagem com as mesmas dimensões, mas, ao fecharmos gradualmente as persianas, o tamanho da imagem diminui. O comprimento de onda da luz incidente na janela é muitas ordens de grandeza inferior às dimensões da janela. Esta é a razão por que o efeito da difracção não se nota. No entanto, a difracção da luz

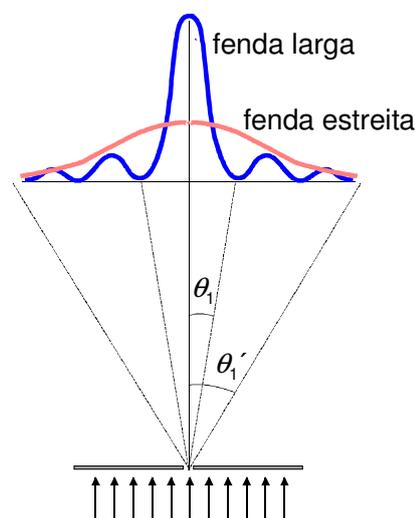


existe mesmo neste caso. O seu efeito revela-se perto das bordas da janela (por isso por vezes chama-se efeito das bordas). Podemos vê-lo, por vezes, como um pequeno arco-íris nas fronteiras das imagens (como o ângulo θ_1 depende do comprimento de onda, o desvio da luz de cor diferente também é diferente). O ângulo $\sim \arcsin \frac{\lambda}{a}$ caracteriza a dimensão da zona em que a difracção é notável embora não tenha neste caso significado tão exacto como nós definimos acima para uma fenda estreita (por isso usamos o sinal “ordem de grandeza” \sim). Ao diminuirmos a abertura da janela diminuimos a parte central da imagem que é uniforme. A parte central parece estar livre do efeito de difracção porque para cada pequeno fragmento de abertura, que dá um mínimo de difracção num dado ponto, existe um outro fragmento, cujo máximo

central coincide com o mínimo proveniente do primeiro fragmento. A parte da imagem perto das bordas é pouco afectada quando começamos a fechar a janela, até o tamanho da abertura diminuir e ser comparável ao comprimento da onda. De modo geral concluímos, que no caso $\lambda \ll a$ a difracção tem pouco efeito na imagem.

2) Caso $a \sim \lambda$. É precisamente o caso da fenda para o qual a equação $\sin \theta_{\min} = m \frac{\lambda}{a}$ ($m = \pm 1, \pm 2, \dots$) foi obtida. O ângulo θ_{\min} indica a posição angular das zonas escuras na imagem da fenda que se observa num ecrã em relação ao máximo central. Para o primeiro mínimo da intensidade de iluminação do ecrã $\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{a}$. Ao

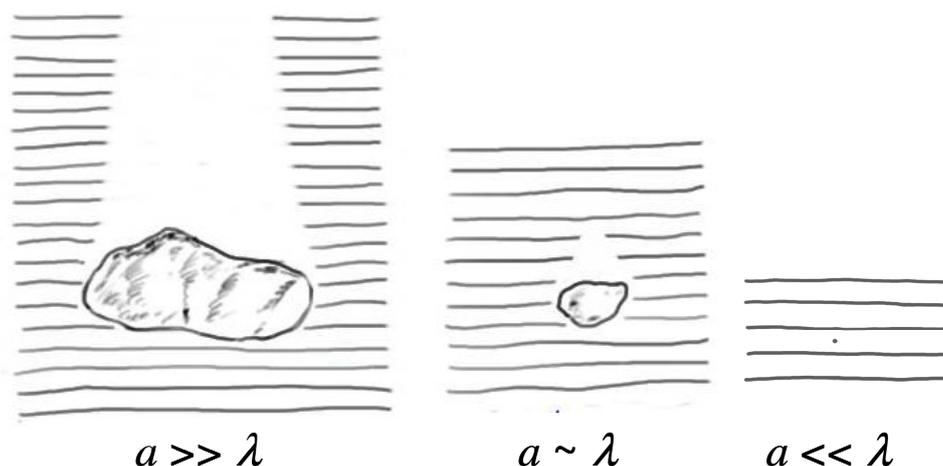
continuarmos a fechar a fenda (diminuir a) a imagem desta fica mais larga (ver a figura) em vez de diminuir, como no caso anterior. Como o comprimento de onda da luz é da ordem de centenas de nanómetros (a luz verde, por exemplo, tem $\lambda \approx 550 \text{ nm} = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$), esta situação realiza-se só com as aberturas de algumas fracções de milímetro. O fenómeno de alargamento da imagem quando se fecha a fenda é muito importante não só por si (todos os instrumentos ópticos devem ter em conta a difracção), mas também para a física quântica, porque mostra como funciona o princípio de incerteza de Heizenberg do qual vamos falar no próximo capítulo. Concluimos, então, que o efeito da difracção é importante quando $a \sim \lambda$.



3) $a < \lambda$. Matematicamente esta situação não deve ser possível porque com estes valores de abertura $\sin \theta_1 > 1$. Na prática, claro, podemos fazer uma fenda destes (podemos, de facto, reduzi-la até às dimensões atómicas que são $\sim 10^{-9} \text{ m}$). A interpretação física disto é que os objectos cuja dimensão é inferior ao comprimento de onda da onda incidente não afectam a propagação da onda no espaço. É como se estes não existissem. Um buraco destes não deixa passar a luz.

As mesmas conclusões gerais são também válidas no caso inverso, i.e. quando em vez de colocarmos no caminho da onda um obstáculo grande com uma abertura de tamanho a , colocamos um objecto com dimensões características a . Assim, a água do mar permanece calma atrás de uma rocha grande (mas, longe desta, oscila – é o efeito

da difracção nas bordas da rocha). Quando a largura da rocha é comparável ao comprimento de onda, o efeito da difracção é significativo: as ondas contornam o obstáculo, a zona de sombra é reduzida e há sempre alguma ondulação atrás da rocha. Finalmente, um objecto cuja dimensão é pequena em comparação com λ (um posto



para prender os barcos, por exemplo) não vai fazer diferença nenhuma – as ondas passam sem “o ver”.

Concluindo, o efeito de difracção torna-se muito importante quando o tamanho do objecto, com que a onda interage, é comparável ao comprimento de onda desta. A difracção impõe o limite de resolução dos instrumentos ópticos que é da ordem de $1 \mu\text{m}$. Por isso é que os átomos não podem ser vistos mesmo com o melhor microscópio óptico (mas podemos vê-los com um feixe de electrões cujo comprimento de onda é menor que as dimensões dos átomos – veja-se o capítulo sobre mecânica quântica). Por isso é que não faz sentido fazer os pixeis dos sensores das máquinas fotográficas digitais, dos scanners e outros aparelhos para aquisição de imagens, mais pequenos do que alguns micrómetros (podemos verificar se as máquinas modernas já estão no limite de resolução ou ainda há espaço para melhorar). E por isso é que as fronteiras dos objectos nas imagens tiradas com luz visível nunca podem ser definidas com uma precisão melhor que $\sim 1 \mu\text{m}$.

Finalmente, sublinhamos mais uma vez a importância da experiência com uma fenda com $a \sim \lambda$ para percebermos melhor o princípio de incerteza de Heisenberg – um princípio fundamental do mundo quântico, que impõe um limite físico para a precisão com que as grandezas físicas podem ser medidas.