

Matemática da Interferência

Para uma análise quantitativa do padrão de interferência, vamos considerar duas ondas coerentes que procedem das fendas mostradas na figura abaixo e se combinam em um ponto arbitrário P do anteparo como na figura. O ponto P está a distâncias r_1 e r_2 das fendas F_1 e F_2 , respectivamente. Vamos traçar uma linha F_2b de modo que as linhas PF_2 e Pb tenham comprimentos iguais. Observe a figura 1:

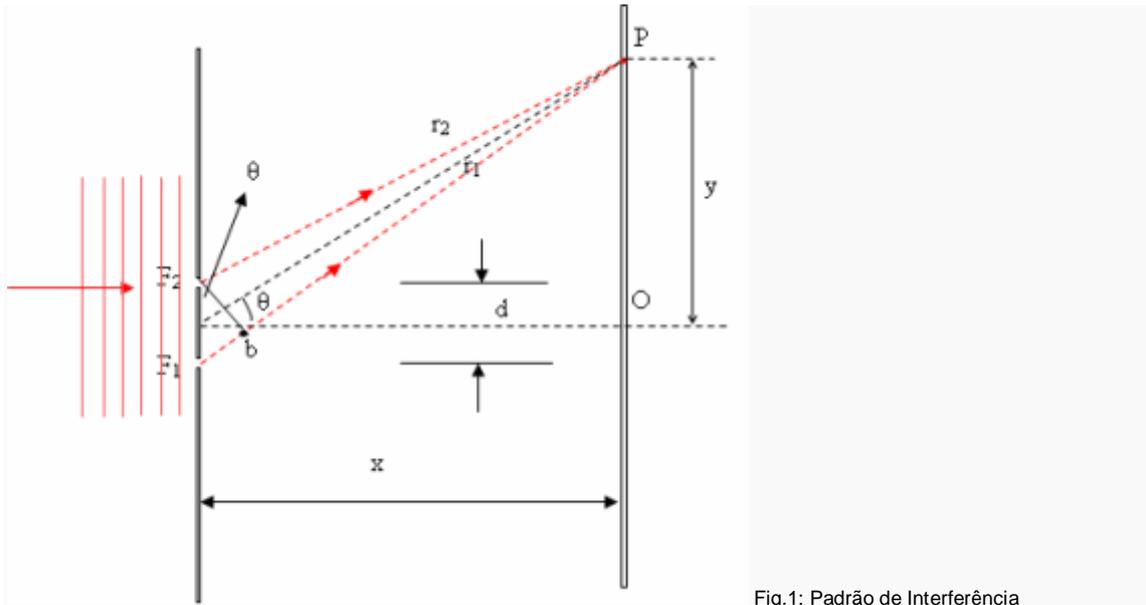


Fig.1: Padrão de Interferência

F_2b é quase perpendicular tanto a r_1 como a r_2 (veja a figura 2) isto significa que o triângulo F_1F_2b é semelhante ao triângulo $P\theta O$ estando marcado em ambos de forma equivalente, o ângulo θ . As linhas r_1 e r_2 podem ser consideradas paralelas (Se a distância x entre as fendas e o anteparo for muito maior que a distância entre as fendas).

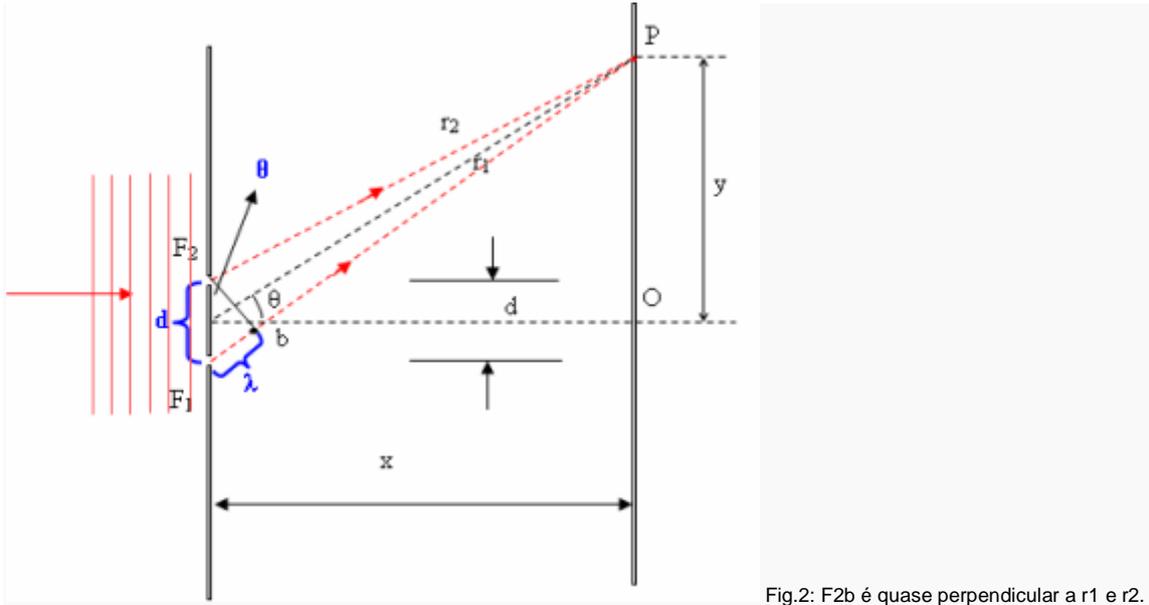


Fig.2: F2b é quase perpendicular a r1 e r2.

Vamos chamar de “d” o espaçamento entre as aberturas. Como mostra a figura 2. Os raios que partem de F1 e F2 estão em fase pois, ambos provêm de uma mesma frente de onda da onda plana incidente. Chegam ao ponto P em fase vemos uma mancha luminosa, pois os raios se reforçam. Nesse caso a diferença de fase é um número inteiro de comprimento de onda (λ). Mas quando os dois raios percorrem caminhos de comprimentos diferentes e chegam a P com uma diferença de fase, os raios se anulam. O número do comprimento de onda contido na diferença F1b do caminho determina a interferência em P.

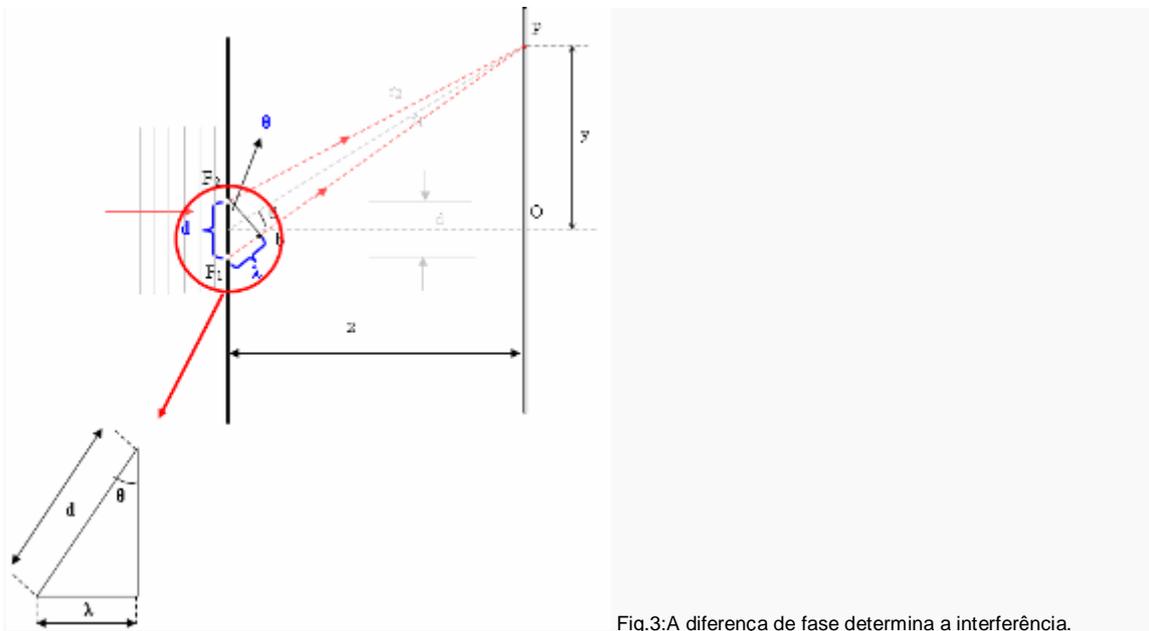


Fig.3:A diferença de fase determina a interferência.

A partir da figura 3, da relação de triângulo retângulo temos:

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d} \quad \lambda = d \cdot \sin \theta$$

Isto para quando a diferença de fase for de um comprimento de onda. E quando forem dois comprimentos de onda: $2 \cdot \lambda = d \cdot \sin \theta$

Quando forem três comprimentos de onda: $3 \cdot \lambda = d \cdot \sin \theta$

Enfim, para ter um máximo em P, os dois raios devem chegar em fase deve conter um número m inteiro de comprimento de onda, substituiremos o número de comprimentos de onda na equação por m: teremos então $m \cdot \lambda = d \cdot \sin \theta$, m= 0,1,2,...

Para um mínimo em P, os dois raios devem estar em oposição de fase por um múltiplo ímpar de comprimento de onda, teremos então: $d \sin \theta = (m+1/2)\lambda$ m= 0,1,2,...

Quanto ao valor de θ , como este ângulo é suficientemente pequeno, podemos obtê-lo fazendo: y/x , onde y é a ordenada do ponto P e x é à distância das fendas até o anteparo.