

Lista de Exercícios do Capítulo 2 Propriedades da Luz

Professor Carlos Zarro

- Três espelhos interceptam-se em ângulos retos. Um feixe de laser atinge o primeiro deles em um ângulo θ com a normal (cf. figura). **(a)** Mostre que quando este raio é refletido pelos outros dois espelhos e cruza o raio original, o ângulo entre esses dois raios será $180^\circ - 2\theta$. **(b)** Para que ângulo θ os dois raios serão perpendiculares quando se cruzam?

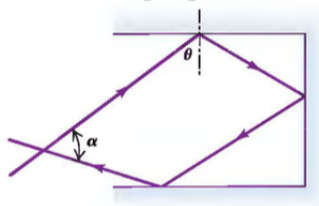


Figura 1: Exercício 1.

- Em um material com um índice de refração n , um raio de luz possui frequência f , um comprimento de onda λ e uma velocidade v . Qual é a frequência, o comprimento de onda e a velocidade dessa luz **(a)** no vácuo e **(b)** em um material com índice de refração n' . Em cada caso, expresse suas respostas apenas em termos de f , λ , v , n e n' .
- Prove que, quando um raio de luz incide sobre um espelho plano que gira um ângulo θ em torno de um eixo perpendicular ao plano de incidência, o raio refletido gira em um ângulo 2θ .
- O ângulo de incidência θ_1 para qual o raio refletido é *perpendicular* ao raio refratado chama-se *ângulo de Brewster*. Obtenha o ângulo de Brewster θ_{1B} em função do índice de refração do meio 1, n_1 , e do meio 2, n_2 .
- Uma pessoa tem altura 1,75 m de altura, e a distância dos seus olhos ao solo é 1,60 m. Para que ele possa ver a sua imagem completa num espelho plano de porta de armário. **(a)** Qual deve ser a altura mínima do espelho? **(b)** A que distância do chão deve estar a borda inferior do espelho?
- No final da série de óperas de Wagner, *O Anel dos Libelungos*, Brunhilda tira o anel de ouro do dedo de Siegfried e joga-o dentro do Reno, onde o anel submerge até o fundo. Supondo que o anel fosse pequeno o bastante comparado à profundidade do rio de modo que possa ser considerado um ponto, o índice de refração da água do rio seja n , e a profundidade do rio seja h . Qual é a área do maior círculo que na superfície da água em que a luz do anel poderia escapar da água.

- 7) Um raio de luz propagando-se no ar incide com um ângulo θ_a sobre a superfície superior de uma placa transparente (cf. figura), sendo duas superfícies planas e paralelas. **(a)** Mostre que $\theta_a = \theta'_a$. **(b)** Demonstre que o deslocamento lateral d do raio emergente é dado pela relação

$$d = t \frac{\sin (\theta_a - \theta'_b)}{\cos \theta'_b}.$$

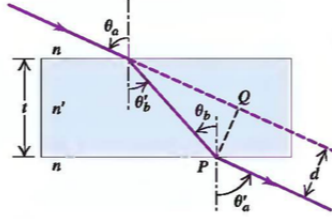


Figura 2: Exercício 7.

- 8) **Ângulo de desvio.** O ângulo de incidência θ_a na figura abaixo é escolhido de modo que o raio luminoso passe simetricamente através do prisma, cujo índice de refração é n e o ângulo do vértice é A . Mostre que o ângulo do desvio δ (ângulo entre a direção do raio incidente e a direção do raio emergente) é dado por

$$\sin \frac{A + \delta}{2} = n \sin \frac{A}{2}.$$

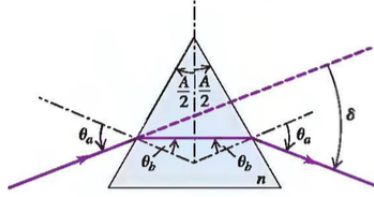


Figura 3: Exercício 8.

- 9) Um raio proveniente do ar incide sobre um bloco de um material sólido transparente cujo índice de refração é n . Qual deve ser o maior ângulo incidente θ_a para que ocorra reflexão interna total na face vertical (ponto A da figura abaixo)?

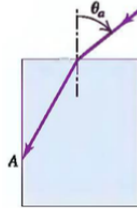


Figura 4: Exercício 9.

- 10) Um feixe de luz não-polarizada de intensidade I_0 passa por uma série de filtros polarizadores ideais com suas direções de polarização orientadas em ângulos diferentes como mostra a figura. **(a)** Qual é a intensidade da luz (em termos de I_0) nos pontos A, B e C? **(b)** Se removermos o filtro do meio, qual será a intensidade da luz no ponto C?

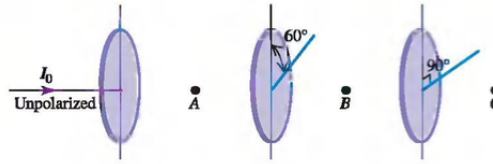


Figura 5: Exercício 10.

- 11) Um feixe de luz não-polarizada proveniente do ar incide fazendo um ângulo $54,5^\circ$ (com a normal) sobre uma superfície plana de vidro. **O feixe refletido é completa e linearmente polarizado.** (a) Qual é o índice de refração do vidro? (b) Qual é o ângulo de refração do feixe transmitido?
- 12) Um feixe de luz não polarizada proveniente do ar incide sobre a superfície de uma material cujo índice de refração é n . (a) Qual é a expressão para determinar o ângulo de incidência θ_P para qual a luz refletida é completamente polarizada? (b) Qual é a relação entre o ângulo de incidência θ_P e o ângulo de refração θ_R ? Sabemos que só tem sentido falar de *reflexão interna total* quando a luz se dirige de um meio de índice de refração maior para um meio de índice de refração menor. (c) Pode ocorrer *reflexão interna total* do feixe considerado neste problema?
- 13) Um feixe de luz não polarizada proveniente de um meio transparente homogêneo e isotrópico (índice de refração n) incide sobre a superfície de separação entre o referido meio e o ar. (a) Pode ocorrer polarização por reflexão? (b) Em caso positivo, obtenha a expressão apropriada para calcular o ângulo de incidência dentro do meio considerado para que a luz refletida para o interior do meio seja totalmente plano-polarizada. (c) Pode ocorrer reflexão interna total do feixe considerado neste problema?
- 14) Um feixe de luz solar (luz não polarizada) incide sobre a superfície de um lago. Considere o índice de refração da água igual a 1,33. Calcule o ângulo de incidência para o qual a luz refletida é totalmente polarizada.
- 15) Raios de luz com uma intensidade inicial de I_0 passam por dois filtros polarizadores ideais como os seus eixos de polarização orientados como mostra a figura abaixo. Você deseja ajustar o ângulo ϕ de modo que a intensidade no ponto P seja $I_0/10$. (a) Se a luz inicial for não polarizada, qual deve ser o ângulo ϕ ? (b) Se a luz original fosse linearmente polarizada na direção do eixo de polarização do primeiro polarizador atingido pela luz, qual deveria ser ϕ ?
- 16) É conhecido que o campo elétrico duma onda plana eletromagnética propagando-se num meio dielétrico ($\mu = \mu_0$):



Figura 6: Exercício 15.

$$E_x = 0,$$

$$E_y = -E_0 \cos \left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{\sqrt{2}}{2} y + \frac{\sqrt{2}}{2} z \right) \right],$$

$$E_z = E_0 \cos \left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{\sqrt{2}}{2} y + \frac{\sqrt{2}}{2} z \right) \right],$$

onde $E_0 = 0,4 \times 10^{-9}$ V/m, $\omega = 5 \times 10^5$ rad/s e $|\vec{k}| = 2 \times 10^{-3}$ m⁻¹. **(a)** Qual a direção e propagação da onda? Represente num sistema de eixos (x, y, z) o vetor $\vec{k}$. Verifique que $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$. **(b)** Qual o índice de refração do meio? **(c)** Qual é o comprimento de onda? **(d)** Qual a polarização da onda?

- 17)** Uma onda plana eletromagnética propaga-se num meio não-condutor ($\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$ e $\vec{J} = 0$). O campo $\vec{B}$ é dado por:

$$B_x = -3 \times 10^{-3} \cos \left[\omega t - |\vec{k}| z \right] \text{ T},$$

$$B_y = 2 \times 10^{-3} \sin \left[\omega t - |\vec{k}| z \right] \text{ T},$$

$$B_z = 0 \text{ T},$$

onde $\omega = 8 \times 10^6$ rad/s e $|\vec{k}| = 3,4 \times 10^{-2}$ m⁻¹. **(a)** Qual a permissividade elétrica do meio em que se propaga a onda? **(b)** Escreva as componentes do campo elétrico $\vec{E}$ e descreva a polarização da onda. **(c)** Qual é o comprimento de onda?

- 18)** Uma onda eletromagnética plana propaga-se num meio não condutor, com $\mu = \mu_0$. O campo elétrico é $\vec{E} = E_x \hat{x}$, com

$$E_x = E_0 \cos \left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{\sqrt{3}}{2} y - \frac{1}{2} z \right) \right],$$

onde $E_0 = 0,5 \text{ V/m}$, $\omega = 6,5 \times 10^6 \text{ rad/s}$ e $|\vec{k}| = 3,1 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$. **(a)** Defina direção e sentido de propagação da onda. **(b)** Qual o índice de refração do meio? **(c)** Determine o seu campo magnético $\vec{B}$. **(d)** Qual a polarização da onda? **(e)** Determine o vetor de Poynting $\vec{S}$.

- 19) O campo magnético de uma onda eletromagnética plana, propagando-se num meio, com $\mu = \mu_0$, é dado por:

$$B_x = 6 \times 10^{-3} \sin (7,5 \times 10^6 t - 3 \times 10^{-2} y) \text{ T},$$

$$B_y = 0 \text{ T},$$

$$B_z = -6 \times 10^{-3} \cos (7,5 \times 10^6 t - 3 \times 10^{-2} y) \text{ T},$$

onde t é expresso em segundo e y em metros. **(a)** Qual a direção de propagação? **(b)** Qual o índice de refração do meio? **(c)** Descreva a polarização da onda?

- 20) Uma onda plana de rádio propaga-se no vácuo na direção x polarizada linearmente, com o vetor $\vec{E}$ na direção do eixo y . A sua frequência é $f = 1 \text{ MHz}$. A potência média por unidade de área propagada pela onda é 20 W/m^2 . **(a)** Determine o comprimento de onda. **(b)** Determine a amplitude de $\vec{E}$. **(c)** Escreva a expressão analítica de $\vec{E}$.

Respostas

- 1) **(b)** 45° .
- 2) **(a)** frequência f , comprimento de onda $n\lambda$, velocidade $nf\lambda = nv$. **(b)** frequência f , comprimento de onda $\left(\frac{n}{n'}\right)\lambda$, velocidade $\left(\frac{n}{n'}\right)f\lambda = \left(\frac{n}{n'}\right)v$.
- 4) $\text{tg } \theta_{1B} = \frac{n_2}{n_1}$.
- 5) **(a)** $87,5 \text{ cm}$. **(b)** $80,0 \text{ cm}$.
- 6) $A_{\text{máx}} = \frac{\pi h^2}{n^2 - 1}$.
- 9) $\theta_{a,\text{máx}} = \arcsen (\sqrt{n^2 - 1})$.
- 10) **(a)** $A: I_0/2$; $B: I_0/8$ e $C: 3I_0/32$. **(b)** $A: I_0/2$ e $C: 0$.
- 11) **(a)** $1,40$. **(b)** $35,5^\circ$.
- 12) **(a)** $\text{tg } \theta_P = n$. **(b)** $\theta_P + \theta_R = 90^\circ$. **(c)** Não.

13) (a) Sim. (b) $\operatorname{tg} \theta_P = \frac{1}{n}$. (c) Sim.

14) 53° .

15) (a) $\phi = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}$. (b) $\phi = \arccos \frac{1}{\sqrt{10}}$.

16) (a) $\vec{k} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{y} + \hat{z})$. (b) $n = 1,2$. (c) $\lambda = 3.141,6$ m. (d) Linear.

17) (a) $\epsilon = 1,63\epsilon_0$. (b) $E_x = 5,9 \times 10^{-1} \sin(\omega t - |\vec{k}|z)$ V/m; $E_y = 8,8 \times 10^{-1} \cos(\omega t - |\vec{k}|z)$ V/m; $E_z = 0$ V/m. Polarização elíptica. (c) $\lambda = 184,8$ m.

18) (a) $\vec{k} = \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{y} - \frac{1}{2}\hat{z}$. (b) $n = 1,43$. (c) $B_x = 0$ T; $B_y = -9,5 \times 10^{-4} \cos\left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{\sqrt{3}}{2}y - \frac{1}{2}z\right)\right]$ T; $B_z = -1,6 \times 10^{-3} \cos\left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{\sqrt{3}}{2}y - \frac{1}{2}z\right)\right]$ T. (d) Polarização linear. (e) $\vec{S} = 9,5 \times 10^{-4} \cos^2\left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{\sqrt{3}}{2}y - \frac{1}{2}z\right)\right] \hat{x}$ W/m².

19) (a) $\vec{k} = \hat{y}$. (b) $n = 1,2$. (c) Polarização circular direita.

20) (a) $\lambda = 300$ m. (b) $E_0 = 122,8$ V/m, $B_0 = 0,33$ T. (c) $\vec{E} = E_0 \cos(2\pi \times 10^6 t - 2,09 \times 10^{-2} x) \hat{y}$.